



**ChatGPT nell'  
insegnamento-apprendimento  
della matematica**

**Idee per favorire il pensiero critico e  
consapevole**

**27 settembre 2023**

Domingo Paola

## Due premesse necessarie

1

Una riflessione su quale sia oggi **la principale funzione della scuola** e, in particolare, dell'insegnamento-apprendimento della **matematica**.

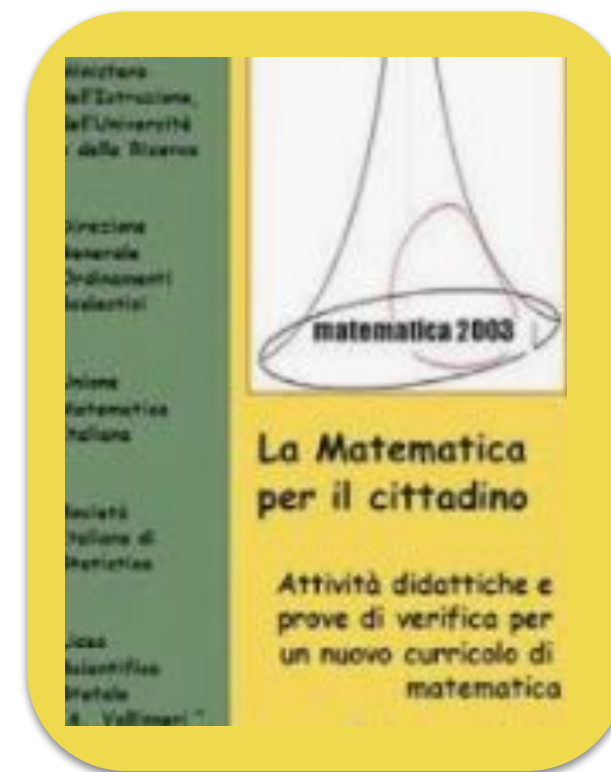
2

Una riflessione sui **timori legati alle tecnologie** e alla loro utilizzazione nella società e, in particolare, nell'insegnamento-apprendimento.

## Qual è la principale funzione della scuola oggi?

Offrire agli studenti occasioni di formarsi **competenze** per partecipare alla vita pubblica e alle sfide che pone, in modo **informato, consapevole e critico**.

- Contribuire alla realizzazione di una **democrazia compiuta...**
  - Delicato rapporto tra **selezione e valutazione...**



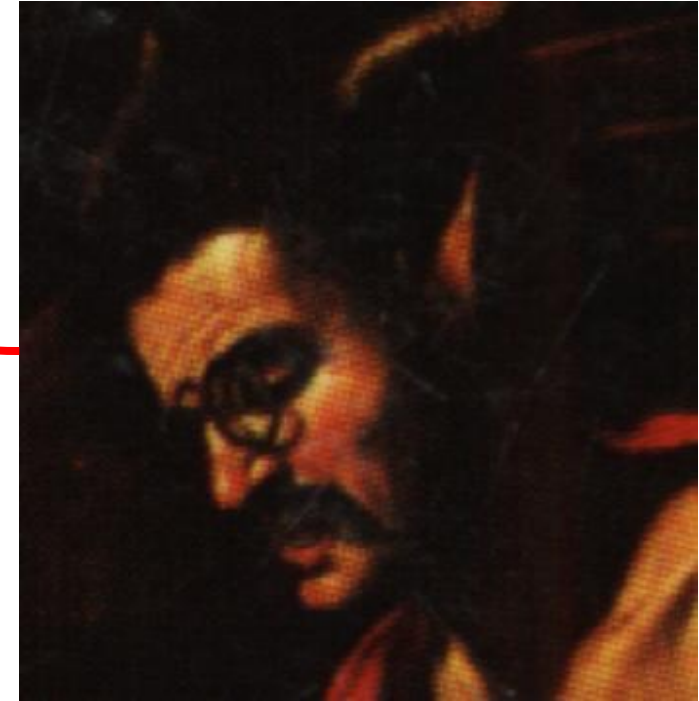
# I timori legati all'uso delle tecnologie

*“Per l’amore che tu porti a questa tua invenzione, dici il contrario di quanto avverrà in realtà: essa non potenzierà la memoria, ma la indebolirà; gli esseri umani disimpareranno l’arte di ricordare e dovranno sempre più affidarsi alla tua invenzione per richiamare le cose che sanno e quindi non saranno più autonomi nel disporre delle proprie conoscenze”*

*“I discorsi, poi, una volta scritti, verranno letti da chiunque, senza che nessuno li possa spiegare e forse non verranno capiti bene, così, invece di diventare più colta, la gente diverrà più ignorante e, nel contempo, presuntuosa”.*



# I timori legati all'uso delle tecnologie



# Timori legati all'uso di chatGPT e più in generale dell'I.A.

- Può essere utilizzata per scrivere testi e risolvere problemi spacciando per propri i prodotti di una macchina
- Difficoltà a individuare le fonti d'informazione e quindi la loro affidabilità ...
- Diffusione di informazioni false che contribuirebbero all'affermarsi della «post-verità»
- Potrebbe essere utilizzata dai grandi poteri economici o politici per raggiungere obiettivi eticamente inaccettabili per una società democratica e liberale
- Potrebbe diventare ingovernabile e sfuggire al controllo, perseguendo obiettivi divergenti da quelli per cui è stata creata

C'è quindi bisogno di discutere, condividere e stabilire i principi per un'etica dell'intelligenza artificiale e delle sue modalità d'uso che investe problemi di promozione del benessere per il pianeta, trasparenza, sicurezza, autonomia di decisioni, affidabilità, equità, inclusività, controllo degli algoritmi ...

<https://www.indire.it/progetto/european-digital-education-hub-intelligenza-artificiale/>

<https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000386693>



# Punti di forza dell'uso di chatGPT e più in generale dell'I.A.

- Può essere utilizzata per potenziare i feedback individuali agli studenti nel loro processo di apprendimento
- Può favorire l'uso del pensiero critico, per esempio aiutare a comprendere che per garantire equità e inclusività è necessario comprendere bene il concetto di diversità
- Può contribuire allo sviluppo di una cittadinanza digitale
- Può aiutare a riflettere sulle differenze sostanziali che esistono tra l'intelligenza artificiale e quella umana e quindi ad avere maggiore consapevolezza di ciò che contraddistingue la natura umana

Non può quindi non essere oggetto di attenzione a scuola, dove devono essere presi in considerazione problemi di aiutare a comprendere che cosa è l'I.A., come si possa apprendere con l'I.A. e come si possa interagire e collaborare con essa.

*“La colpa, caro Bruto, non è nelle nostre stelle. Ma in noi stessi, se siamo schiavi”*

# Come funziona chatGPT?



“Dimostrare intelligenza non significa assomigliare agli esseri umani, ma essere capaci di comportarsi in modo efficace in situazioni nuove: non c'è un singolo modo di essere intelligenti, né una formula segreta o un solo test per misurarlo.”



# Perché chatGPT è intelligente in modo diverso da noi?

Sistemi di intelligenza artificiale come chatGPT **NON** sono costruiti per simulare il modo in cui gli esseri umani comprendono i dati che analizzano allo scopo di compiere inferenze: ci si accontenta dell'obiettivo più debole di fare previsioni utili, di trovare analogie, regolarità, correlazioni in grandi insiemi di dati...

Ci si accontenta che le macchine rispondano a domande del tipo «come si fa?».

La risposta a domande del tipo «perché?» è lasciata all'intelligenza umana.

## L'importanza dell'argomentazione in matematica

C'è una domanda di fondamentale importanza nella didattica di ogni disciplina e nell'insegnamento-apprendimento in generale: **“perché?”**

*“I bambini [...] ci pongono le domande più strane e ci richiedono le risposte più imbarazzanti. Sono creature meravigliose, impossibili da prevedere ...Ma se li si manda a scuola, verranno resi banali. Il nostro sistema educativo – almeno in America – è veramente un apparato di banalizzazione”.*

*[H. von Foerster, 1985]*

## **DOMANDA**

Avete provato a usare ChatGPT  
in classe?

**1. Sì**

**2. No**

## Come risponde chatGPT a una domanda delle prove invalsi e ai «perché»?

### Domanda del 2012 Grado 10

D21. L'espressione  $a^{37} + a^{38}$  è uguale a

- A.   $2a^{75}$
- B.   $a^{75}$
- C.   $a^{37}(a+1)$
- D.   $a^{37 \cdot 38}$

**D21.** L'espressione  $a^{37} + a^{38}$  è uguale a

- A.   $2a^{75}$
- B.   $a^{75}$
- C.   $a^{37}(a+1)$
- D.   $a^{37 \cdot 38}$

**ChatGPT:** L'espressione  $a^{37} + a^{38}$  può essere fattorizzata come  $a^{37}(1 + a)$ .  $a^{37} + a^{38} = a^{37}(1 + a)$ . Quindi, la risposta corretta è la C.  $a^{37}(1 + a)$ .

**Domingo:** Hai scritto: l'espressione  $a^{37} + a^{38}$  può essere fattorizzata come  $a^{37}(1 + a)$ . Mi puoi spiegare perché?

**ChatGPT:** Certamente! Nell'espressione  $a^{37} + a^{38}$  si può notare che i due termini hanno un fattore comune di  $a^{37}$ . Possiamo quindi estrarre questo fattore comune:  $a^{37} + a^{38} = a^{37}(1 + a)$ . Infatti, se moltiplichiamo  $a^{37}$  per  $(1 + a)$ , otteniamo:  $a^{37}(1 + a) = a^{37} + a^{38}$ . Quindi l'espressione originale può essere scritta come il prodotto di  $a^{37}$  e  $(1 + a)$ .

**Domingo:** Mi hai fatto vedere come si fa, ma non perché si fa così. Perché posso estrarre il fattore comune?

**D21.** L'espressione  $a^{37} + a^{38}$  è uguale a

- A.   $2a^{75}$
- B.   $a^{75}$
- C.   $a^{37}(a+1)$
- D.   $a^{37 \cdot 38}$

**Domingo:** Mi hai fatto vedere come si fa, ma non perché si fa così. Perché posso estrarre il fattore comune?

**ChatGPT:** Hai ragione, mi scuso per la mia risposta precedente. La ragione per cui possiamo estrarre il fattore comune di  $a^{37}$  dall'espressione  $a^{37} + a^{38}$  **è basata sulle proprietà della somma di potenze con la stessa base. In particolare, quando si hanno due potenze con la stessa base, come in questo caso,  $a^{37}$  e  $a^{38}$ , possiamo sommare le due potenze conservando la base comune e sommando gli esponenti.** In altre parole, abbiamo:  $a^{37} + a^{38} = a^{37}(1 + a)$  dove abbiamo semplificato la somma delle due potenze con base  $a$ , e abbiamo ottenuto il fattore comune di  $a^{37}$  che è stato messo fuori dalle parentesi. Quindi l'espressione può essere scritta come il prodotto di  $a^{37}$  e  $(1 + a)$ . In generale, quando si ha una somma di termini con potenze con la stessa base, si può cercare di trovare un fattore comune tra i termini e poi semplificare la somma. Questo può essere utile per semplificare espressioni e trovare fattori comuni che possono essere scomposti ulteriormente.

**Domingo:** Hai scritto quando si hanno due potenze con la stessa base, come in questo caso,  $a^{37}$  e  $a^{38}$ , possiamo sommare le due potenze conservando la base comune e sommando gli esponenti. Quindi vuol dire che  $a^{20} + a^{21} = a^{41}$ ?

**D21.** L'espressione  $a^{37} + a^{38}$  è uguale a

- A.   $2a^{75}$
- B.   $a^{75}$
- C.   $a^{37}(a+1)$
- D.   $a^{37 \cdot 38}$

**Domingo:** Hai scritto quando si hanno due potenze con la stessa base, come in questo caso,  $a^{37}$  e  $a^{38}$ , possiamo sommare le due potenze conservando la base comune e sommando gli esponenti. Quindi vuol dire che  $a^{20} + a^{21} = a^{41}$ ?

**ChatGPT:** No, non è corretto. Quando si hanno due potenze con la stessa base, come in questo caso,  $a^{37}$  e  $a^{38}$ , possiamo sommare le due potenze conservando la base comune e sommando gli esponenti, ottenendo:  $a^{37} + a^{38} = a^{37}(1 + a)$ . **Invece, nell'esempio che hai proposto,  $a^{20} + a^{21}$ , non si può semplificare ulteriormente poiché gli esponenti 20 e 21 non sono immediatamente sommabili.** Quindi,  $a^{20} + a^{21}$  non è uguale ad  $a^{41}$ .

**Domingo:** Non capisco perché gli esponenti 20 e 21 non sono immediatamente sommabili, mentre 37 e 38 lo sarebbero. Mi puoi chiarire?

**Domingo:** Non capisco perché gli esponenti 20 e 21 non sono immediatamente sommabili, mentre 37 e 38 lo sarebbero. Mi puoi chiarire?

**ChatGPT:** **Gli esponenti 20 e 21 sono sommabili tra loro, ma il risultato della somma non avrà lo stesso esponente delle due potenze originali.** In altre parole:  $a^{20} + a^{21} = a^{20}(1 + a)$ . La somma degli esponenti delle due potenze originali, cioè  $20 + 21$ , non è il nuovo esponente perché **la somma degli esponenti è applicabile solo quando le basi sono uguali.** Nel caso di  $a^{37} + a^{38}$ , le due potenze hanno la stessa base  $a$ , quindi la somma degli esponenti può essere applicata:  $a^{37} + a^{38} = a^{37}(1 + a)$ . Qui, la somma degli esponenti 37 e 38, cioè  $37 + 38 = 75$ , diventa il nuovo esponente della base comune  $a^{37}$  nella fattorizzazione  $a^{37}(1 + a)$ .

**Domingo:** Continuo davvero a non capire. Mi sembra che tu ti contraddica. Dici, giustamente, che  $a^{37} + a^{38} = a^{37}(1 + a)$ . Non è esattamente la stessa cosa quando si scrive  $a^{20} + a^{21} = a^{20}(1 + a)$ ?

**ChatGPT:** Mi scuso se ci sono state incomprensioni. In entrambi i casi, stiamo effettivamente utilizzando la proprietà delle potenze con la stessa base. **Quando abbiamo  $a^{37} + a^{38}$ , abbiamo una base comune  $a$  e possiamo quindi raccogliere  $a^{37}$  come fattore comune.** Quindi, possiamo scrivere  $a^{37} + a^{38}$  come  $a^{37}(1 + a)$ . **Nel caso di  $a^{20} + a^{21}$ , possiamo applicare la stessa proprietà e scrivere la somma come  $a^{20}(1 + a^1)$ , che può anche essere scritto come  $a^{20}(1 + a)$ .** In entrambi i casi, stiamo raccogliendo la base comune e quindi semplificando l'espressione. Spero che questo chiarisca la situazione.





**Domingo:** La confusione penso sia nata dall'uso di una proprietà sulla somma di potenze di ugual base che, in generale, non esiste o, comunque non può enunciarsi come hai detto tu. **Penso che la giustificazione del fatto che  $a^{37} + a^{38}$  sia uguale ad  $a^{37}(1 + a)$  debba dipendere da proprietà più fondamentali che riguardano le operazioni interessate. Puoi provare a spiegarmi in altro modo perché  $a^{37} + a^{38} = a^{37}(1 + a)$  ?**

**ChatGPT:** Certo, ti chiedo scusa se non sono stato abbastanza chiaro prima. **Possiamo arrivare all'espressione  $a^{37}(1 + a)$  partendo da  $a^{37} + a^{38}$  e applicando la proprietà distributiva della moltiplicazione**, ovvero:  $a^{37} + a^{38} = a^{37}(1 + a)$ . Infatti, se moltiplichiamo  $a^{37}$  per  $(1+a)$  otteniamo:  $a^{37}(1 + a) = a^{37} + a^{38}$ . Quindi le due espressioni sono equivalenti [...]

... Per quanto riguarda la domanda su  $a^{20} + a^{21}$ , non possiamo semplificarla in modo simile ad  $a^{37} + a^{38}$  perché gli esponenti non sono consecutivi come in questo ultimo caso. Non possiamo quindi usare direttamente la proprietà della distributiva della moltiplicazione. Dovremmo invece usare una proprietà diversa, come ad esempio la proprietà di fattorizzazione per differenza di due quadrati:  $a^{20} + a^{21} = a^{20}(1 + a)$ . In questo caso, possiamo scrivere  $a^{20}$  come  $a^2 \cdot a^{18}$  e ottenere:  $a^{20} + a^{21} = a^2 \cdot a^{18} + a \cdot a^{20} = a^{18}(a^2 + a) = a^{20}(1 + a)$ . Spero di essere stato chiaro, fammi sapere se hai ancora dubbi!

**Domingo:** Mi convince molto l'uso della proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione. Poi il tuo successivo ragionamento mi ha disorientato ... sembra che tu ti diverta a non farmi capire. Forse vuoi saggiare la mia capacità di essere critico? **Perché 37 e 38 sarebbero esponenti consecutivi e 20 e 21 no? Perché non potrei applicare anche ad  $a^{20}+a^{21}$  la proprietà distributiva senza la proprietà di fattorizzazione della differenza di due quadrati?** E dove la vedi la differenza?

**ChatGPT:** Mi scuso se ti ho confuso, non era mia intenzione. Cercherò di spiegarmi meglio. La proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione  $a(b+c) = ab + ac$  afferma che possiamo moltiplicare un valore comune per i termini di una somma, invece di moltiplicare separatamente ogni termine. Questo è ciò che si fa nella fattorizzazione  $a^{37}+a^{38} = a^{37}(1+a)$ , in cui si estrae il fattore comune  $a^{37}$  e si scrive il secondo termine come  $1+a$ , sfruttando la proprietà distributiva. **Per quanto riguarda la differenza tra  $a^{37}+a^{38}$  e  $a^{20}+a^{21}$ , la differenza principale è che i primi due sono potenze di ugual base consecutivi, mentre i secondi no.** Ciò significa che non possiamo applicare direttamente la proprietà distributiva come abbiamo fatto prima, ma dobbiamo utilizzare un'altra proprietà, come la somma di due cubi ( $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ) o la differenza di due quadrati ( $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ). Ad esempio, la somma  $a^{20}+a^{21}$  può essere riscritta come  $a^{20}(1 + a)$ , utilizzando la proprietà distributiva come abbiamo fatto prima. Tuttavia, non possiamo fattorizzare ulteriormente come abbiamo fatto con  $a^{37}+a^{38}$ , perché non abbiamo una differenza di quadrati o una somma di cubi.

**...e si finsero felici e contenti**

# Come risponde chatGPT alla richiesta di introdurre il concetto di funzione a uno studente di 12 anni?

**Domingo:** Come spiegheresti il concetto di funzione a un ragazzo di 12 anni?

**ChatGPT:** Ciao! **Una funzione è come una macchina che prende in input qualcosa, lavora su di esso e produce un output.** Ad esempio, immagina di avere una macchina che prende in input un numero e lo moltiplica per 2. In questo caso, la tua macchina è una funzione, e il numero che gli dai in input è chiamato "argomento" o "input" della funzione. Quando parliamo di **funzioni matematiche**, solitamente usiamo una lettera per rappresentare la funzione, ad esempio "f(x)". Qui, "f" è il nome della funzione e "x" è l'argomento. Se vogliamo calcolare il valore della funzione per un determinato valore di "x", sostituiamo "x" nella formula della funzione. Ad esempio, se hai la funzione  $f(x) = 2x$  e vuoi calcolare il valore della funzione per  $x=3$ , sostituisci "x" con "3" e ottieni  $f(3) = 2 \cdot 3 = 6$ . Quindi, il valore della funzione per  $x=3$  è 6. Spero che questo ti aiuti a capire il concetto di funzione.

# Come risponde chatGPT alla richiesta di dire qual è il successivo di 3,6 nei numeri razionali?

**Domingo:** Qual è il successivo di 3,6 nell'insieme dei numeri razionali nell'ordinamento usuale?

**ChatGPT:** Il successivo di 3,6 nell'insieme dei numeri razionali nell'ordinamento usuale dipende dal contesto. Nell'insieme dei numeri razionali, ogni numero ha un successivo. Ad esempio, il successivo di 3,6 potrebbe essere 3,7 o 3,61 o qualsiasi altro numero razionale maggiore di 3,6. Tuttavia, senza ulteriori informazioni o restrizioni specifiche, non posso fornire un valore esatto per il successivo di 3,6 nell'ordinamento usuale dei numeri razionali.

# Qualche riflessione conclusiva per una buona utilizzazione di chatGPT in classe

- Abituare gli studenti a controllare l'informazione, a non accontentarsi di quanto viene scritto o detto
- Abituare gli studenti a porre buone domande per esempio partendo dalla proposta a chatGPT di problemi aperti non ben definiti, precisandoli sempre meglio al fine di ottenere risposte sempre più pertinenti
- Ricercare con chatGPT le modalità per spiegare e chiarire concetti matematici importanti a diversi livelli d'età
- Lavorare continuamente ai fianchi gli studenti non accontentandosi dei *come*, rilevando semplici correlazioni, ma ricercare sempre i *perché*: ciò vuol dire creare le condizioni per un uso efficiente delle macchine mantenendo la peculiarità che, più dell'intelligenza, caratterizza l'umanità: costruire teorie, cioè racconti del mondo che hanno una trama, consentendo di dare senso e significato, ma anche emozioni, al flusso sempre più intenso dei dati in cui siamo immersi. L'attenzione ai *perché* offre agli studenti occasioni di esercitare il pensiero critico, fondamentale in una società gravata da problemi sempre più complessi e difficili da dipanare e affrontare.



**FORMAZIONE**

**ZANICHELLI**

Grazie  
della partecipazione!

# Qualche esercizio da provare in classe

## 1. VERO O FALSO ALL'EPOCA DI CHATGPT

**Domanda:** Adesso scriverò una serie di proposizioni, mi dovrai dire se sono vere o false. Ok?

**ChatGPT:** Certamente! Sarò lieto di aiutarti. Scrivi le tue proposizioni, e cercherò di determinare se sono vere o false.

Quali risposte sono corrette e quali no? Correggi le risposte sbagliate.

V	F
---	---

1. **Io:** Se esiste, la differenza fra due angoli acuti è sempre un angolo acuto.

**ChatGPT:** La proposizione è vera. Se esiste una differenza tra due angoli acuti, la differenza è sempre un angolo acuto.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

**ESERCIZIO 2** Leggi la risposta che chatGPT dà alla seguente domanda.

### Domande

Qual è la soluzione di  $x^2 - x - 2 < 0$ ?

### Risposta generata da ChatGPT

Per risolvere l'inequazione quadratica  $x^2 - x - 2 < 0$ , dobbiamo trovare gli intervalli in cui questa inequazione è verificata. Per fare ciò, possiamo seguire questi passaggi:

1. Troviamo i punti critici risolvendo l'equazione quadratica  $x^2 - x - 2 = 0$  per trovare i valori di