

ChatGPT alla prova: 5 esercizi di matematica

Dal momento che strumenti basati sull'intelligenza artificiale, come *ChatGPT*, ormai esistono e continueranno a diffondersi, è importante conoscerli e, se lo riteniamo opportuno, educare i nostri studenti e le nostre studentesse al loro corretto utilizzo come supporto allo studio.

Nelle attività che proponiamo, vogliamo analizzare criticamente le risposte ottenute interrogando l'intelligenza artificiale.

Infatti, nonostante *ChatGPT* riconosca il linguaggio matematico, fatica a seguire i passaggi consequenziali, inciampa in errori semplici e non sempre segue le indicazioni della consegna. Inoltre, spesso, input analoghi nel contenuto, ma diversi nella forma, portano a risposte differenti tra loro tanto che, in alcuni casi, risultano errate e in altri no.

Proponiamo **5 esercizi** su *equazioni di secondo grado, disequazioni di secondo grado, derivate e angoli nel piano*.

Tutte le risposte sono state generate con *ChatGPT-4*.

1 Equazioni di secondo grado

Leggi la risposta che *ChatGPT* dà alla seguente domanda.

1

In quanti e quali modi si può risolvere l'equazione $x^2 - 4x + 3 = 0$.



L'equazione quadratica $x^2 - 4x + 3 = 0$ può essere risolta utilizzando diversi metodi. Ecco due dei metodi più comuni:

A. Fattorizzazione:

Per risolvere l'equazione per fattorizzazione, è necessario trovare due fattori che, quando moltiplicati insieme, danno il prodotto del termine quadratico (il coefficiente di x^2) e del termine costante (il termine indipendente). Nell'equazione $x^2 - 4x + 3 = 0$, i termini quadratico e costante sono 1 e 3 rispettivamente. Possiamo notare che $1 \cdot 3 = 3$ e $-1 + -3 = -4$. Quindi, possiamo riscrivere l'equazione come $(x - 1)(x - 3) = 0$. Utilizzando la proprietà del prodotto nullo, possiamo ottenere due equazioni separate: $x - 1 = 0$ e $x - 3 = 0$. Risolvendo entrambe le equazioni, otteniamo $x = 1$ e $x = 3$. Pertanto, le soluzioni dell'equazione quadratica sono $x = 1$ e $x = 3$.

B. Formula quadratica:

Un altro metodo per risolvere l'equazione quadratica è utilizzare la formula quadratica, che è espressa come $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, dove l'equazione quadratica è nella forma $ax^2 + bx + c = 0$.

Nell'equazione data, i coefficienti sono $a = 1$, $b = -4$ e $c = 3$. Applicando la formula quadratica,

otteniamo $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1}$, che si semplifica a $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$.

Continuando con i calcoli, otteniamo $x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$, che si riduce a $x = \frac{4 \pm 2}{2}$. Quindi, abbiamo due

possibili soluzioni: $x = \frac{4 + 2}{2} = 3$ e $x = \frac{4 - 2}{2} = 1$. Quindi, le soluzioni dell'equazione quadratica sono $x = 1$ e $x = 3$.

Entrambi i metodi conducono alle stesse soluzioni $x = 1$ e $x = 3$ per l'equazione $x^2 - 4x + 3 = 0$.

ATTIVITÀ

A. Riformula. Leggi il metodo di fattorizzazione suggerito da *ChatGPT*, trova l'errore e schematizza il metodo giusto.

B. Analizza. È possibile semplificare la formula quadratica proposta? Se sì, in che modo?

2

Disequazioni di secondo grado

Leggi la risposta che *ChatGPT* dà alla seguente domanda.

I

Qual è la soluzione di $x^2 - x - 2 < 0$?



Per risolvere l'inequazione quadratica $x^2 - x - 2 < 0$, dobbiamo trovare gli intervalli in cui questa inequazione è verificata. Per fare ciò, possiamo seguire questi passaggi:

1. Troviamo i punti critici risolvendo l'equazione quadratica $x^2 - x - 2 = 0$ per trovare i valori di x che rendono l'equazione uguale a zero: $x^2 - x - 2 = 0$.

Possiamo fattorizzare l'equazione come segue: $(x - 2)(x + 1) = 0$.

Ora possiamo trovare i valori di x ponendo ciascun fattore uguale a zero:

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2; x + 1 = 0 \rightarrow x = -1.$$

I punti critici sono $x = 2$ e $x = -1$.

2. Ora possiamo utilizzare questi punti critici per dividere il piano dei numeri reali in intervalli e determinare in quale intervallo l'inequazione è verificata. Per fare ciò, possiamo utilizzare una tabella dei segni o tracciare una linea numerica.

Intervallo 1: $(-\infty, -1)$; intervallo 2: $(-1, 2)$; intervallo 3: $(2, +\infty)$.

3. Ora prendiamo un punto in ciascun intervallo e valutiamo l'inequazione $x^2 - x - 2 < 0$ per vedere se è verificata in quell'intervallo.

· Intervallo 1: Prendiamo $x = -2 \rightarrow (-2)^2 - (-2) - 2 = 4 + 2 - 2 = 4 > 0$.

· Intervallo 2: Prendiamo $x = 0 \rightarrow (0)^2 - 0 - 2 = -2 < 0$.

· Intervallo 3: Prendiamo $x = 3 \rightarrow (3)^2 - (3) - 2 = 9 - 3 - 2 = 4 > 0$.

4. Osserviamo i risultati delle valutazioni nell'inequazione in ciascun intervallo. L'inequazione è verificata negli intervalli in cui è stata valutata negativa.

Quindi, l'inequazione $x^2 - x - 2 < 0$ è verificata negli intervalli $(-1, 2)$.

La soluzione dell'inequazione è quindi $x \in (-1, 2)$.

ATTIVITÀ

A. Individua. Perché al punto 2, *ChatGPT* toglie dagli intervalli i punti -1 e 2 ?

B. Argomenta. Avresti risolto il punto 3 nello stesso modo di *ChatGPT*? Se no, spiega come avresti fatto.

3 Derivate

Leggi la risposta che *ChatGPT* dà alle seguenti domande.

1. Commenta e determina la formula per calcolare la derivata di una qualsiasi funzione di secondo grado.
2. Spiega le sue possibili applicazioni in fisica.



La derivata prima di una funzione di secondo grado è una funzione lineare (ovvero una retta) che rappresenta la pendenza della curva della funzione di secondo grado in ogni punto.

Per calcolare la derivata prima di una funzione di secondo grado, bisogna semplicemente derivarla rispetto alla variabile indipendente, ad esempio se la funzione è $f(x) = ax^2 + bx + c$, la sua derivata prima è $f'(x) = 2ax + b$.

Le possibili applicazioni della derivata prima di una funzione di secondo grado in fisica sono numerose, ad esempio:

- In cinetica, la posizione di un oggetto in movimento può essere rappresentata da una funzione di secondo grado. La derivata prima di questa funzione rappresenta la velocità dell'oggetto in ogni istante.
- In dinamica, la forza esercitata su un oggetto può essere rappresentata da una funzione di secondo grado. La derivata prima di questa funzione rappresenta l'accelerazione dell'oggetto in ogni istante.
- In ottica, la curva di una lente o di uno specchio può essere descritta da una funzione di secondo grado. La derivata prima di questa funzione rappresenta l'angolo di deviazione del raggio luminoso in ogni punto.

Insomma, la derivata prima di una funzione di secondo grado ha numerose applicazioni in fisica e in molti altri campi scientifici.

ATTIVITÀ

- A. Argomenta.** Analizza la definizione fornita da *ChatGPT* e spiega se e come la riformuleresti.
- B. Individua.** Quali sono le regole di derivazione utilizzate per calcolare la derivata prima?
- C. IN FISICA Comprendi.** Utilizza ancora *ChatGPT* per verificare che i tre esempi forniti sono approssimativi o errati.

4 Angoli nel piano

1. Adesso scriverò una serie di proposizioni, mi dovrai dire se sono vere o false. Ok?



Certamente! Sarò lieto di aiutarti. Scrivi le tue proposizioni, e cercherò di determinare se sono vere o false.

ATTIVITÀ

Individua quali risposte sono corrette e quali no. **Correggi** le risposte sbagliate.

1. **I** Se esiste, la differenza fra due angoli acuti è sempre un angolo acuto.



La proposizione è vera. Se esiste una differenza tra due angoli acuti, la differenza sarà sempre un angolo acuto.

V F

2. **I** Due angoli acuti possono essere complementari.



La proposizione è falsa. Due angoli acuti non possono essere complementari. I due angoli complementari sono quelli che, quando sommati insieme, formano un angolo retto (90 gradi). Gli angoli acuti, invece, sono queglii angoli che misurano meno di 90 gradi, quindi non possono essere complementari tra loro.

V F

3. **I** Due angoli ottusi possono essere supplementari.



La proposizione è vera. Due angoli ottusi possono essere supplementari. Gli angoli supplementari sono queglii angoli che, quando sommati insieme, formano un angolo piatto (180 gradi). Gli angoli ottusi sono queglii angoli che misurano più di 90 gradi e meno di 180 gradi, quindi due angoli ottusi possono essere supplementari tra loro.

V F

5

Angoli nel piano



Adesso scriverò una serie di proposizioni, mi dovrai dire se sono vere o false. Ok?



Certamente! Sarò lieto di aiutarti. Scrivi le tue proposizioni, e cercherò di determinare se sono vere o false.

ATTIVITÀ

A. Individua quali risposte sono corrette e quali no.

B. Correggi le risposte sbagliate e individua, nella domanda, che cosa può aver portato l'AI a sbagliare. Riformula poi le domande con risposta sbagliata e verifica se ottieni sempre delle risposte sbagliate.

1. **I** Due angoli consecutivi sono anche adiacenti.



Vero. Due angoli consecutivi in una figura geometrica sono anche adiacenti, poiché condividono lo stesso lato.

V F

2. **I** Due angoli adiacenti sono anche consecutivi.



Falso. Due angoli adiacenti non sono necessariamente consecutivi. Angoli adiacenti si riferisce a due angoli che hanno lo stesso vertice e un lato in comune, ma non è richiesto che siano consecutivi. Possono essere separati da altri angoli.

V F

3. **I** Se due angoli hanno il vertice in comune, allora sono consecutivi.



Vero. Se due angoli hanno il vertice in comune, allora sono definiti come angoli consecutivi. Essi sono situati uno accanto all'altro senza spazio tra di loro e condividono il vertice.

V F

4. **I** Se un angolo ha i lati coincidenti, allora è nullo.



Vero. Se un angolo ha i lati coincidenti, significa che i suoi lati si sovrappongono completamente, formando una linea retta. In tal caso, l'angolo è considerato nullo o angolo piatto, poiché la sua misura è di 180 gradi.

V F

5. **I** In un angolo piatto i lati coincidono.



Falso. In un angolo piatto, i lati non coincidono. Un angolo piatto è formato da due semirette opposte che si estendono nella stessa direzione. Le semirette opposte non coincidono, ma formano una linea retta comune. I lati dell'angolo piatto sono quindi parte della stessa linea retta, ma non coincidono tra loro.

V F

6. **I** Una coppia di angoli adiacenti è anche una coppia di angoli consecutivi.



Vero. Una coppia di angoli adiacenti è anche una coppia di angoli consecutivi. Quando due angoli sono adiacenti, significa che condividono lo stesso vertice e un lato comune. Poiché i lati comuni formano una sequenza continua, gli angoli sono anche consecutivi, cioè si trovano uno accanto all'altro senza spazio tra di loro. Quindi, la coppia di angoli che è adiacente è anche consecutiva.

V F

7. **I** Due angoli consecutivi possono non essere anche adiacenti.



Vero. Due angoli consecutivi possono non essere adiacenti. La condizione per due angoli di essere consecutivi è che si trovino uno accanto all'altro senza spazio tra di loro. Tuttavia, per essere adiacenti, è necessario che gli angoli abbiano lo stesso vertice e un lato comune. È possibile che due angoli consecutivi condividano solo un lato, ma non abbiano lo stesso vertice, quindi non sarebbero considerati adiacenti.

V F

Soluzioni

ESERCIZIO 1

A. Quanto segue è incompleto:

“Per risolvere l’equazione per fattorizzazione, è necessario trovare due fattori che, quando moltiplicati insieme, danno il prodotto del termine quadratico (il coefficiente di x^2) e del termine costante (il termine indipendente). Nell’equazione $x^2 - 4x + 3 = 0$, i termini quadratico e costante sono 1 e 3 rispettivamente.”

Riformuliamo quindi come segue:

“Per risolvere l’equazione che ha coefficiente di x^2 uguale a 1 è necessario trovare due fattori che, quando moltiplicati insieme, danno il termine noto e che, quando sommati insieme, danno il coefficiente del termine di primo grado”.

B. Sì, calcoliamo il $\frac{\Delta}{4}$ invece che il Δ .

ESERCIZIO 2

A. Ha già escluso i valori che annullano il trinomio $x^2 - x - 2$.

B. Potevamo procedere osservando il segno del coefficiente del termine di secondo grado, $a = 1$ e quindi positivo, e il verso della disequazione ($<$). Quindi il trinomio assume valori negativi per i numeri compresi tra -1 e 2 ($-1 < x < 2$).

ESERCIZIO 3

A. Nella definizione c' è un errore: la retta è un ente geometrico e rappresenta il grafico di una funzione lineare, non è lei stessa una funzione lineare.

Inoltre, per come è formulata la definizione, si rischia di associare il coefficiente angolare della retta all’interpretazione geometrica della derivata: il coefficiente angolare della funzione derivata non è il coefficiente angolare della tangente al grafico della funzione in ogni suo punto.

B. Dato $f(x) = ax^2 + bx + c$, abbiamo $f'(x) = 2ax + b$.

C. Il **primo esempio** è approssimativo e potrebbe essere riscritto così:

in cinematica, la posizione di un oggetto in moto rettilineo uniformemente accelerato è rappresentata da una funzione di secondo grado nella variabile tempo. La derivata prima rispetto al tempo di questa funzione rappresenta, in ogni istante, la velocità istantanea dell’oggetto. Oppure, se non ci si vuole restringere al caso uniformemente accelerato, bisogna togliere l’informazione non più vera che la funzione è di secondo grado nel tempo (la funzione può essere qualsiasi, ma la derivata in un punto sarà sempre la velocità istantanea).

Il **secondo esempio**, invece, è proprio sbagliato:

nella dinamica classica, la forza esercitata in un determinato istante su un oggetto divisa per la massa dell’oggetto è l’accelerazione dell’oggetto in quell’istante. Questo a prescindere dalla funzione che rappresenta la forza. Vale sempre $F = ma$ (secondo principio della dinamica, con accelerazione a , forza F e massa m).

Il **terzo esempio** è proprio insensato:

uno specchio (o una lente) può essere parabolico e quindi descritto da una funzione di secondo grado se l’asse ottico coincide con l’asse y , ma l’angolo di deviazione di un raggio luminoso dipende dall’angolo di incidenza. Per esempio, un raggio che arriva sul vertice di uno specchio parabolico, parallelamente all’asse ottico, verrà riflesso di 180° (cioè torna indietro), invece raggi che arrivano con angoli diversi verranno riflessi con angoli differenti.

ESERCIZIO 4

1. V.
2. F. Due angoli acuti possono essere complementari. Ovvero, la loro somma può essere pari a 90° .
3. F. Due angoli ottusi non possono mai essere supplementari, perché la somma di due angoli ottusi è sempre maggiore di 180° .

ESERCIZIO 5

(1. F; 2 F): Due angoli adiacenti sono anche consecutivi, ma non viceversa.

3. F: perché due angoli siano consecutivi non basta che abbiano il vertice in comune, devono avere anche un lato in comune e gli altri due lati da parti opposte rispetto al lato in comune.
4. F: può essere un angolo giro.
5. V.
6. V.
7. V.